

VĚTA O IMPLICITNÍCH FUNKCÍCH – POKRAČOVÁNÍ, LAGRANGEOVA VĚTA O
MULTIPLIKÁTORECH

1. (dokončení) Ukažte, že uvedená soustava rovnic určuje v jistém okolí daného bodu $[x_0, y_0, u_0, v_0]$ implicitně zadané funkce u, v (proměnných x, y). Spočtěte obě parciální derivace prvního řádu těchto funkcí v bodě $[x_0, y_0]$.

$$\begin{aligned}xe^{u+v} + 2uv &= 1 \\ ye^{u-v} - \frac{u}{1+v} &= 2x, \quad [1, 2, 0, 0]\end{aligned}$$

2. Je dán vztah $x^2 + 2y^2 + 3z^2 + xy - z - 9 = 0$ a bod $[1, -2, 1]$. Dokažte, že tímto vztahem je definována hladká funkce $z = z(x, y)$ v jistém okolí U bodu $[1, -2]$, pro kterou platí $z(1, -2) = 1$, určete $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ v okolí U , napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce $z = z(x, y)$ v bodě $[1, -2]$.

3. Nalezněte extrémů funkce f na množině M , kde $f(x, y, z) = xyz$; $M = \{[x, y, z] \in \mathbf{R}^3; x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$.